

Beth yw pwynt...

TEBYGOLRWYDD?

◊ na...ciciau cosb...eto!!!

Yn haf 2008, gallai dilynwyr pêl-droed ddilyn Euro 2008 heb orfod dioddef straen gweld unrhyw rai o dimau Prydain yn cael eu curo ar giciau cosb (wnaeth yr un ohonyn nhw lwyddo i fynd drwodd i ddechrau).

Cymerwch Lloegr, er enghraifft. O'r 8 twrnamaint mawr diwethaf lle maent wedi cymhwyso, aethant allan ar giciau cosb 5 gwaith (a chael eu curo trwy ddulliau eraill y 3 gwaith arall). Mae hyn yn codi cwestiwn diddorol - fel rheolwr tîm sydd ar fin chwarae yn erbyn Lloegr, ddylech chi fynd am giciau cosb?

Mae Lloegr wedi gorfod mynd i 7 o giciau cosb mewn cystadlaethau, ac wedi colli 6 ohonynt - cawsant eu hunig lwyddiant yn erbyn Sbaen yn Euro '96. Felly a yw'r gyfradd lwyddiant hon o 14% yn ystadegol arwyddocaol? Sut y gall Lloegr wella'u cyfle am lwyddiant pan ddaw'n fater o giciau cosb? Mater o hap a damwain yw ciciau cosb i fod - ond gyda thipyn o ymarfer a pheth dadansoddiad ystadegol, gall Lloegr drechu mellthith y ciciau cosb.

Meddylwch am sefyllfa syml wrth gymryd cic gosb.

- Gall saethwr saethu naill ai i'r chwith neu'r dde, ac yn yr un modd, gall gôl-geidwad neidio i'w chwith neu dde ef/hi.
- Os bydd y gôl-geidwad yn llamu i'w chwith a'r saethwr yn ergydio i'w chwith NEU os bydd y gôl-geidwad yn llamu i'r dde a'r saethwr yn ergydio i'r dde, yna mae gôl yn cael ei sgorio (a chymryd bod y saethwr yn ergydio'n gywir) am y bydd y gôl-geidwad yn llamu ymaith oddi wrth y bêl.
- Os bydd y gôl-geidwad yn llamu i'w chwith ef/hi a'r saethwr yn cicio i'w dde (neu vice versa), yna bydd y bêl a'r gôl-geidwad yn weddol agos at ei gilydd ac y mae 50% o gyfle y bydd y gôl-geidwad yn arbed y bêl.
- Gadewch i ni ragdybio y bydd y saethwr yn gywir wrth gicio i'r chwith 70% o'r amser a 90% wrth ergydio i'r dde.

Gan ddefnyddio mathemateg, gallwn amcangyfrif y tactegau gorau y dylai'r saethwr eu defnyddio - mae'n golygu strategaeth gymysg o saethu i'r chwith 56% o'r amser ac i'r dde 44% o'r amser, waeth beth yw tactegau'r gôl-geidwad. O'i gymryd at ei gilydd, mae hyn yn cyfateb i sgorio tua 60% o'r amser. Ond pam y dylai'r saethwr gicio'n fwy at ei ochr chwith er bod hyn yn llai manwl gywir (70%) nac wrth gicio i'r dde (90%)?

Gan ddefnyddio'r un fathemateg, gallwn hefyd amcangyfrif y tactegau gorau i'r gôl-geidwad - mae'n awgrymu llamu i'r chwith 69% ac i'r dde 31% o'i

amser. Felly, os bydd saethwr yn ergydio i'r ochr dde gywirach, bydd y gôl-geidwad yn llamu'n amlach i'w ochr chwith ef/hi ac yn cynyddu'r cyfle o arbed yr ergyd. Fodd bynnag, os bydd y saethwr yn cicio at yr ochr chwith, sy'n llai manwl gywir, bydd y gôl-geidwad yn llamu i'r cyfeiriad hwn (i'r dde iddo ef/hi) rhyw 30% o'r amser yn unig - felly mae'r ffaith y bydd yr ergyd yn llai tebygol o gael ei harbed oherwydd dewis strategaeth y gôl-geidwad yn gwneud iawn am y ffaith y bydd yr ergyd yn llai tebygol o fod yn fanwl gywir.

(Am olwg fanylach ar y fathemateg, gweler yr erthygl gan John Haigh ar wefan cylchgrawn Plus! magazine: <http://plus.maths.org/issue21/features/haigh/index.html>)

Wrth gwrs, mae ciciau o'r smotyn yn cael eu rhwydo neu eu gosod yn gywir. Gallan nhw fod yn y gornel uchaf ar y chwith, yn syth i lawr y canol neu gornel gwaelod y dde. Gall y gôl-geidwad ddewis peidio â deifio o gwbl neu ganfod bod cyrraedd cic o'r smotyn i'r top ar y chwith yn fwy anodd na chyrraedd un wedi'i hanelu at y gwaelod ar y chwith. Ond yma, y cyfan a wneuch chi yw llunio model mwy realistig sy'n golygu mwy na saethu i'r chwith a'r dde yn unig.

Felly dal ati i ymarfer yw'r dewis gorau, ond gall mathemateg ac ystadegau eich helpu i ddadansoddi perfformiadau. Mewn gwirionedd, meddylwch am yr holl ystadegau sy'n sail i berfformiad da - y pellter mae Steve Gerrard yn ei redeg mewn gêm, nifer y taclau gan Cesc Fabregas, cywirdeb pasio Lionel Messi, neu rym ergyd gan Cristiano Ronaldo - mae'r cyfan yn cyfrif....

Am fwy o wybodaeth, erthyglau ac adnoddau, ewch i:
www.moremathsgrads.org.uk • www.mathscareers.org.uk
plus.maths.org • nich.maths.org • www.cs4fn.org

Ysgrifennwyd a golygwyd gan Zia Rahman & Vivien Easson, More Maths Grads, Ysgol Gwyddorau Mathemategol, Queen Mary, Prifysgol Llundain (QMUL)
 Gyda ddiolch arbennig i'r Athro Peter McOwan (QMUL), Yr Athro David Arrowsmith (QMUL), Makhan Singh, Melanie Ashfield a James Anthony, Prifysgol Birmingham

Gair y ddeddf - fwy na thebyg

Ym 1999, rhoddwyd Sally Clark ar brawf, ei chael yn euog a'i dedfrydu i garchar am oes am lofruddio ei dau fab bach oedd yn 11 wythnos ac 8 wythnos oed pan fuont farw.

Roedd y trasiedi yn ysgytwol, gan i dystiolaeth arbenigol yr Athro Roy Meadow ddangos mai'r siawns i farwolaeth ddwbl ddigwydd yn yr un teulu o achosion naturiol - Syndrom Marwolaeth Sydyn Babanod (SMSB), a adwaenid ar lafar fel marwolaeth yn y crud - oedd 1 mewn 73 miliwn. Mewn geiriau eraill, mor annhebygol fel ei bod yn rhaid bod Sally Clark yn euog o ladd ei meibion.

Fodd bynnag, codwyd amheuaeth am dystiolaeth y tyst arbenigol ar sail rhesymu mathemategol gwael. Roedd teulu'r Clarks yn wastad wedi protestio eu bod yn ddieuog, a chafwyd cryn ddadlau am y dystiolaeth; roedd y Gymdeithas Ystadegol Frenhinol wedi cyhoeddi datganiad i'r wasg yn nodi'r camgymeriad, ac, yn wir, dilëwyd yr euogfarn yn 2003.

Felly beth ddigwyddodd? Os ystyrir nad yw'r ddau ddigwyddiad yn gysylltiedig â'i gilydd, dywedir eu bod

yn annibynnol ar ei gilydd. Gwnaeth yr Athro Meadow y rhagdybiaeth (annilys) fod y ddwy farwolaeth yn y crud yn annibynnol. I deulu cefnog, sydd ddim yn ysmegu, y siawns o farwolaeth yn y crud yw tua 1 mewn 8500. Felly i gyfrifo'r tebygolrwydd o ddwy farwolaeth yn digwydd mewn un teulu fe wnaeth luosi'r tebygolrwydd gyda'i gilydd gan roi canlyniad o 1 mewn 73 miliwn. Wedyn fe wnaeth gyflwyno hyn fel y tebygolrwydd fod Sally Clark yn ddieuog. Achos yw hyn o Dwyllresymeg yr Erllynydd. Ydych chi'n euog o ystyried y dystiolaeth, neu o ystyried y dystiolaeth ydych chi'n euog?

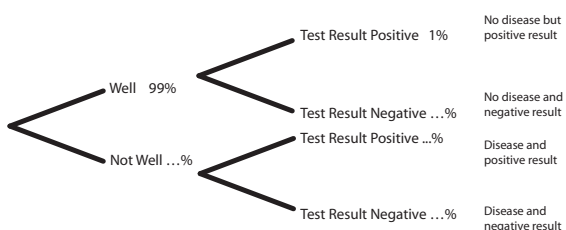
Fodd bynnag, mae ymchwil yn awgrymu mewn teulu ble cafwyd un achos o farwolaeth yn y crud, fod y siawns o hyn yn digwydd i frawd neu chwaer arall yn codi rhwng 10 a 22 o weithiau - mae hyn yn sicr yn golygu nad yw dwy farwolaeth yn y crud yn annibynnol. Ystyriwch hyn hefyd: dan amgylchiadau normal mae'r tebygolrwydd o SMSB dwbl neu lofruddiaeth ddwbl mewn un teulu yn fach iawn ond, o weld fod llofruddiaeth ddwbl wedi digwydd, mae'r siawns ei fod yn SMSB dwbl neu'n llofruddiaeth ddwbl yn fwy tebygol.

Oes mathemateg yn hynny hefyd?

Mae meddyginiaethau sy'n dod ar y farchnad wedi gwneud hynny ar sail profion llym ac y mae ystadegwyr yn hanfodol yn hyn o beth.

Mae treialon cyn-glinigol yn cynhyrchu tomen o ddata y mae'n rhaid eu dadansoddi'n ofalus i weld pa mor ddiogel yw meddyginiaeth. Gall treialon clinigol ar bobl gymryd nifer o flynyddoedd ac y maent yn cynnwys cynllunio treialon diogel, y ddos iawn o feddyginiaeth ac effeithiau eraill.

Dychmygwch ein bod yn cynnal rhaglen sgrinio i adnabod clefyd ac felly yn rhoi rhywbeth i'w wella. Cymerwch yn awr fod 1% o'r grŵp yn dioddef o'r clefyd, a bod y gweddill yn iach a hefyd bod 1% o siawns y bydd y prawf yn rhoi canlyniad ffals. Gan ddefnyddio'r wybodaeth hon, allwch chi gwblhau'r diagram coeden debygolrwydd isod?



Trwy symud ar hyd y canghennau, gallwn gyfrifiannu'r gwahanol ddeilliannau tebygol a llenwi i mewn y tebygolrwydd sy'n gysylltiedig â phob deilliant. Mae'r

ddau ddeilliant 'amheus' yn ddigon bach i gael eu hystyried yn dderbyniol. Mae'r tebygolrwydd o fod yn iach ond cael canlyniad prawf positif yn cael ei alw yn Bositif Ffals, a'r tebygolrwydd o fod â'r clefyd ond cael canlyniad prawf negyddol yn cael ei alw yn Negydd Ffals.

Fodd bynnag, mewn bywyd go-iawn, mae'r feddyginiaeth y mae'n rhaid i ni ei rhoi yn gryf ac yn ddrud. Ystyriwch bawb gyda chanlyniad prawf positif. Faint ohonynt sydd â'r clefyd mewn gwirionedd? Gan ddefnyddio'r fformiwla uchod, fe welwn mai tebygolrwydd cael canlyniad positif yw 1.98% ac mai tebygolrwydd cael y clefyd yw 0.99% - felly nid yw'r clefyd gan ddwy ran o dair o'r bobl sy'n profi'n positif a does dim angen rhoi'r cyffwrdd yn nhw.

Mae modd cymhwysu sefyllfa debyg o negydd a phositif ffals wrth edrych ar gamgymeriadau o ddarlleniadau biometrig, er enghraifft, wrth logio ar gyfrifiadur sy'n defnyddio technoleg olion bysedd, neu, sy'n achosi mwy o bryder, mewn maes awyr rhyngwladol yn gwirio darlleniadau biometrig yn erbyn cronfeydd data diogelwch. Gall darlleniadau positif ffals arwain at dipyn o boendod i'r rhai dan sylw, a gallai negydd ffals ganiatáu troseddwr gwirioneddol i lithro drwy'r rhwyd.

Mae'r ystadegau a ddefnyddiwn yn cynnig cyfle i fireinio a gwella prosesau sydd yn cael effaith ar ein bywydau beunyddiol mewn ffyrdd na ddylem eu cymryd yn ganiatol.